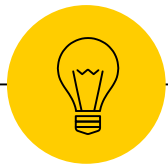


# Geometría

**Objetivo de La Clase:** Aplicar el concepto de área y volumen de cuerpos geométricos.



Nombre del Docente : Miguel Olivares / Equipo PIE

Curso : Primer Nivel Medio

Jornada : Mañana-Tarde-Noche

Semana :  $5^2$

Fecha :  $\sqrt{144}/\sqrt{100}/2^{11} - 3^3$

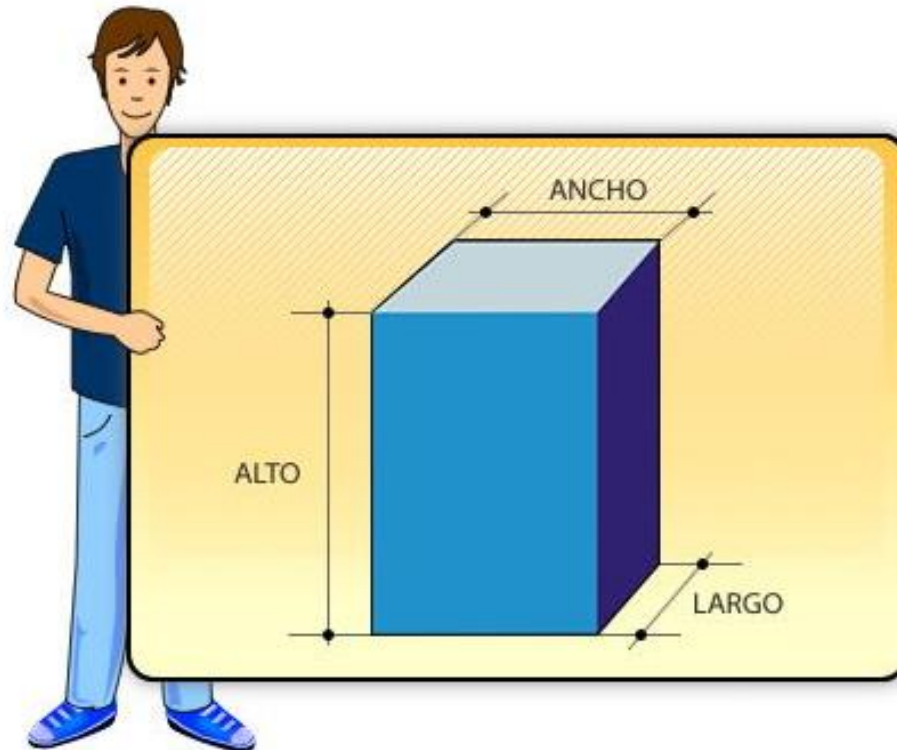
CENTRO DE EDUCACIÓN  
INTEGRAL DE ADULTOS



EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA  
PARA JOVENES Y ADULTOS

# Cuerpos geométricos

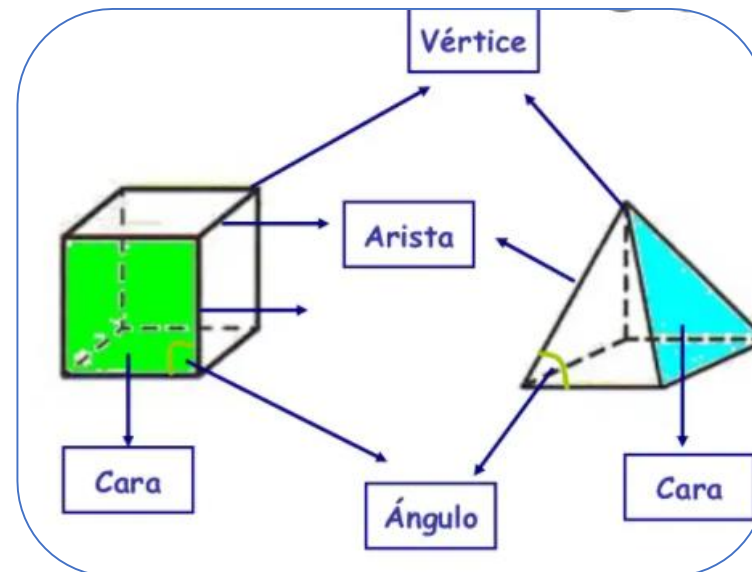
Un sólido o cuerpo geométrico es una figura geométrica de 3 dimensiones (largo, ancho y alto), que ocupa un lugar en el espacio y en consecuencia tiene un volumen.



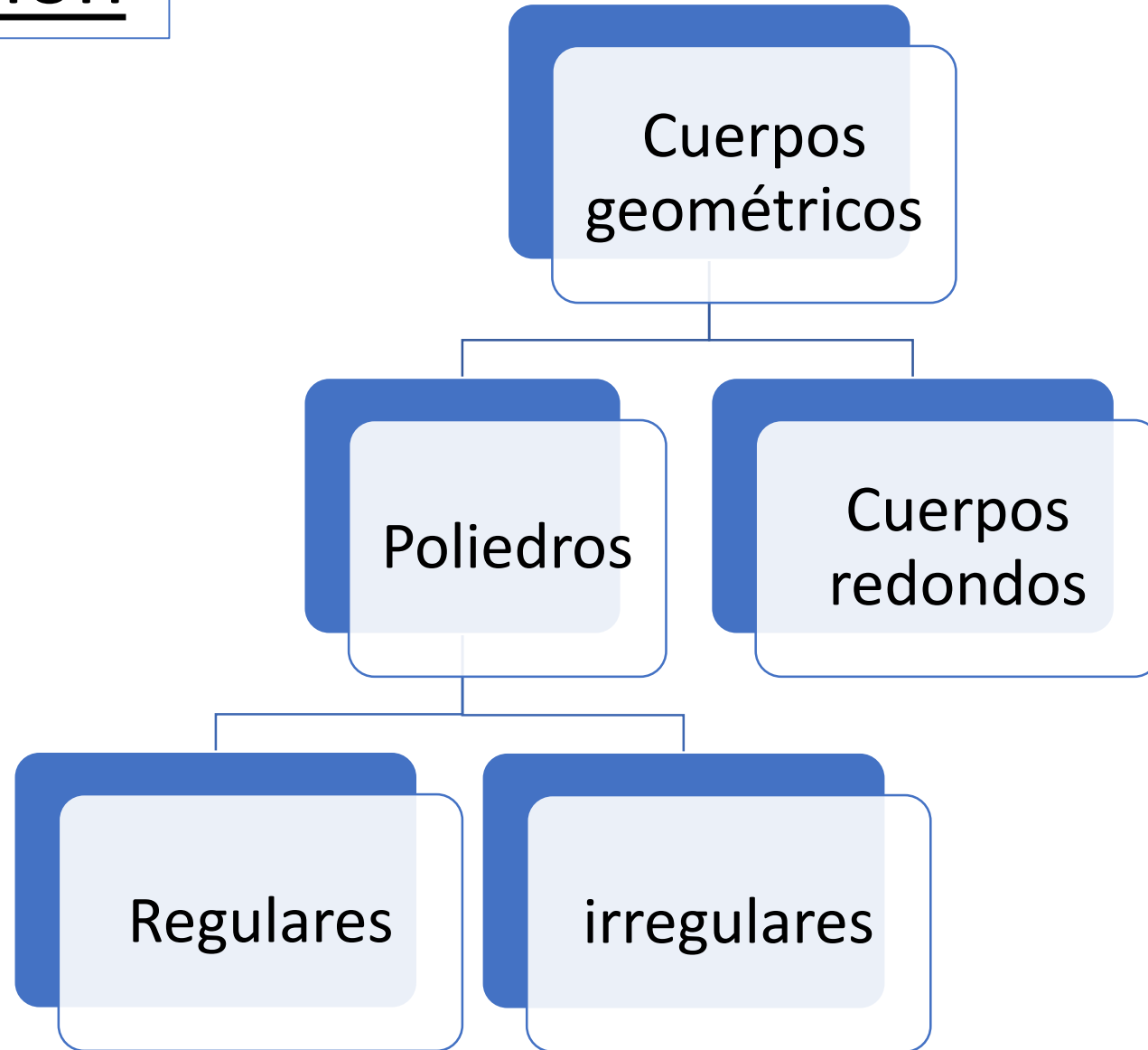
# Elementos

Todos poseen caras, aristas y vértices.

- Las caras son superficies que hacen de frontera entre el interior y el exterior del cuerpo.
- Las aristas son las líneas de intersección de las caras.
- Los vértices corresponden al punto de intersección de tres o más aristas.

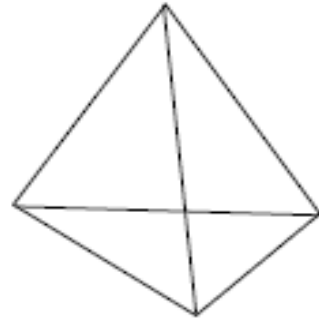


# Clasificación

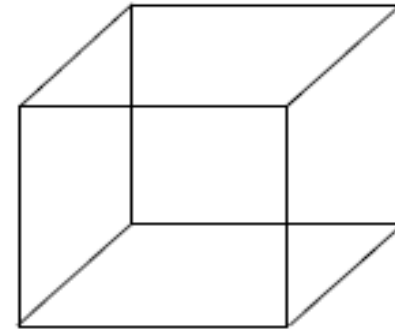


# Poliedros Regulares

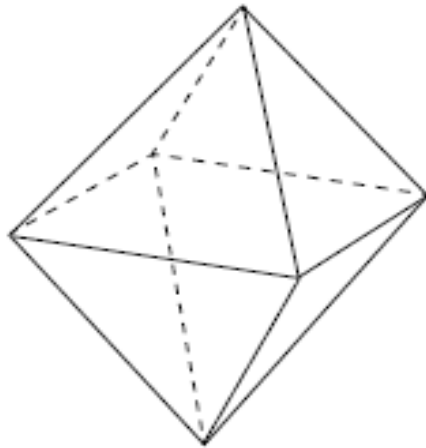
Son aquellos que tienen todas sus caras iguales.



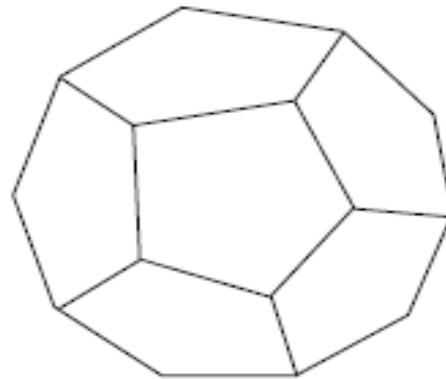
**Tetraedro**



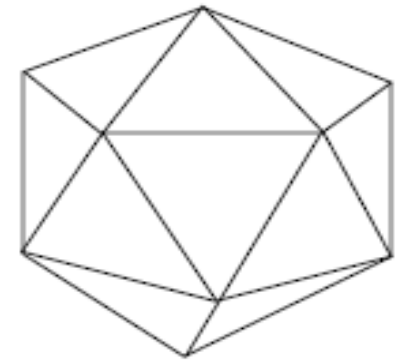
**Hexaedro o cubo**



**Octaedro**



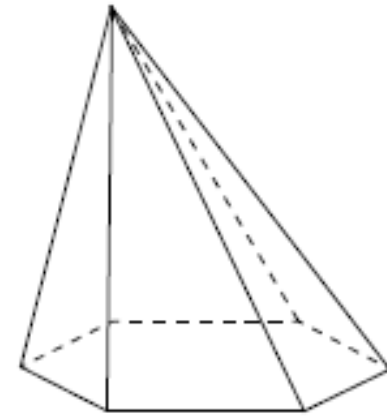
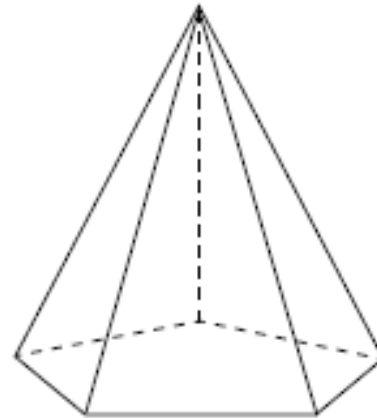
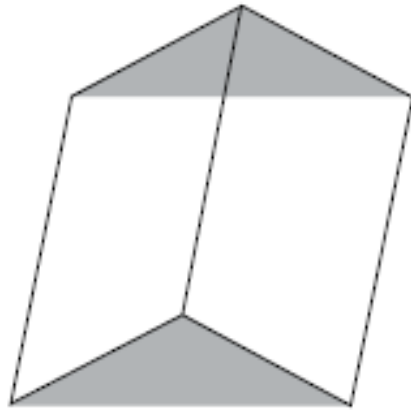
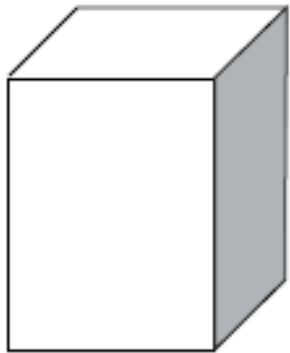
**Dodecaedro**



**Icosaedro**

# Poliedros irregulares

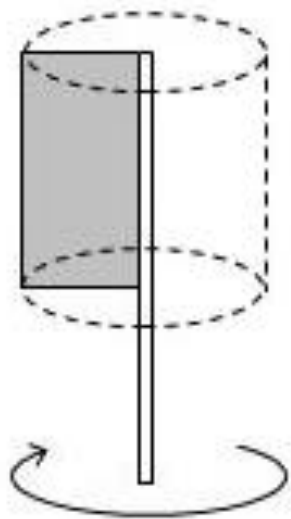
Se dividen en prismas y pirámides.



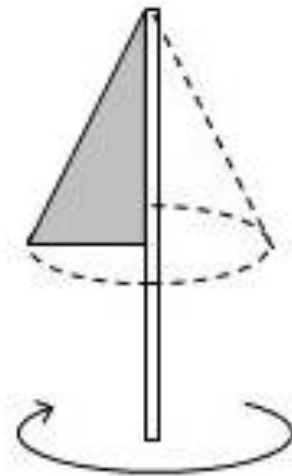
- La base de la pirámide es el polígono en el cual se apoya. Un prisma es un sólido determinado por 2 polígonos paralelos y congruentes llamados bases y las caras restantes se llaman caras laterales.

# Cuerpos redondos

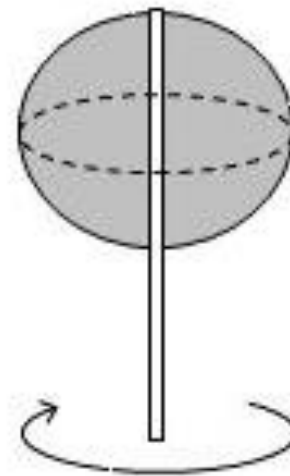
Cuerpos geométricos formados por caras planas y curvas y sólo por caras curvas. Se generan por la rotación de  $360^\circ$  de una figura plana alrededor de su eje.



**CILINDRO**



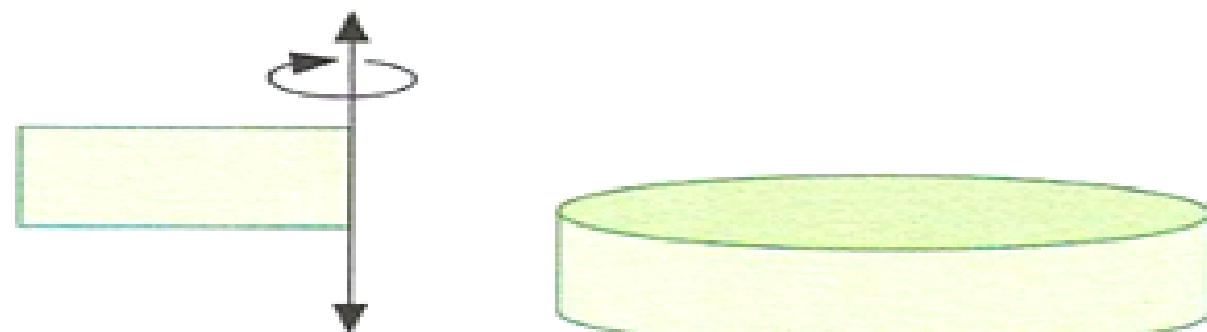
**CONO**



**ESFERA**

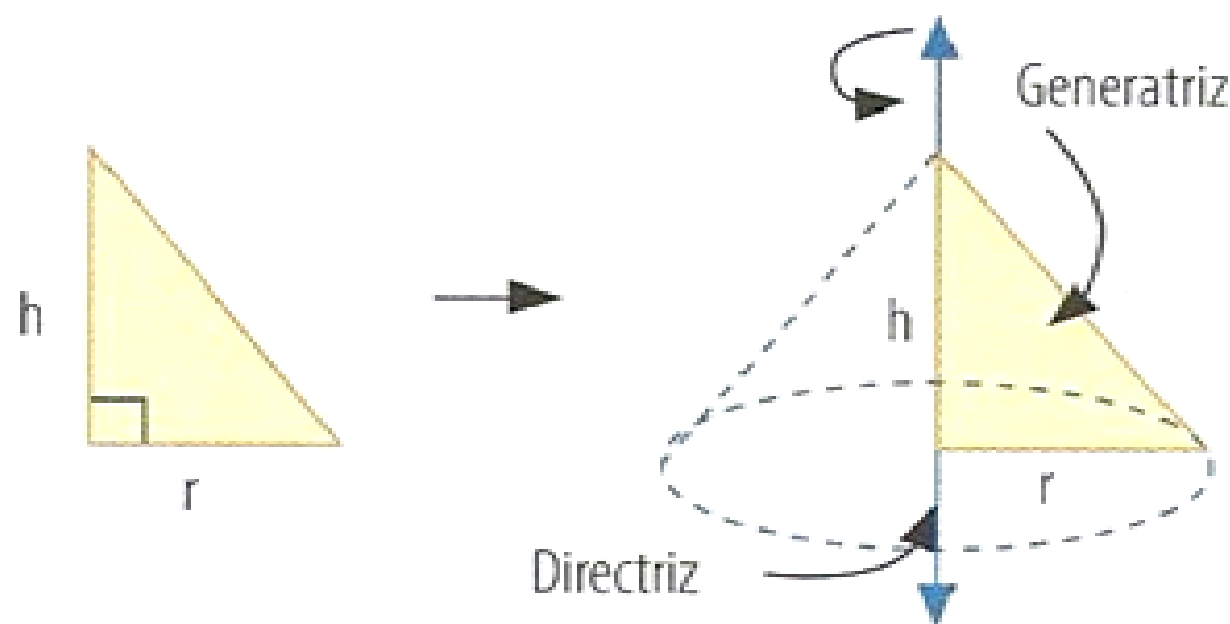
## ROTACIÓN DE CUERPOS GEOMÉTRICOS

Al rotar una figura plana en el espacio alrededor de un eje, se genera un cuerpo geométrico denominado **sólido de revolución**. Por ejemplo, al rotar un rectángulo entorno a la recta que contiene uno de sus lados, se genera un **cilindro**.



### PARA MEMORIZAR

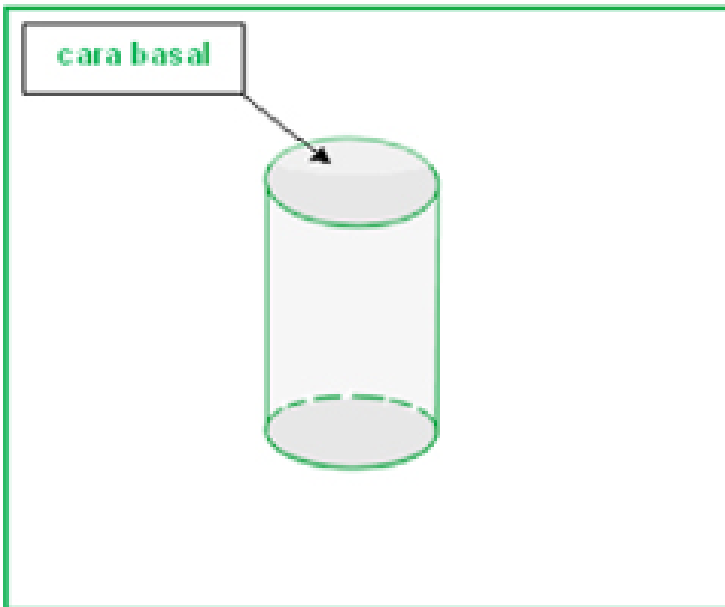
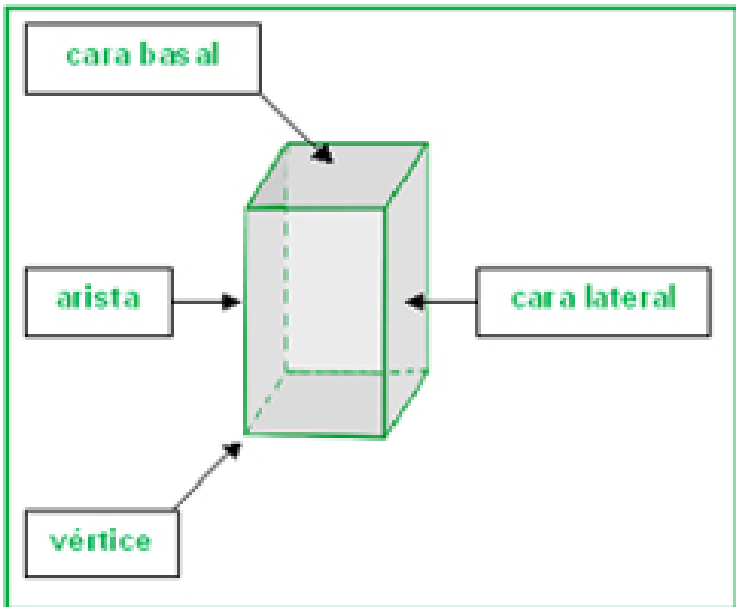
- Un **sólido de revolución** es un cuerpo geométrico que se obtiene al rotar en el espacio una figura plana entorno a un eje, el cual se denomina **eje de revolución**
- La **generatriz** es la figura que rota para formar un sólido, mientras que la **directriz** es la recta entorno a la cual rota la generatriz.



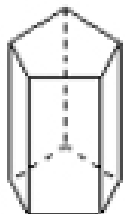
# CUERPOS GEOMÉTRICOS

**Poliedros**  
Todas sus caras son planas

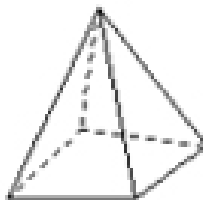
**Cuerpos redondos**  
Tienen al menos una cara curva



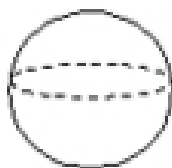
**Prisma**



**Pirámide**



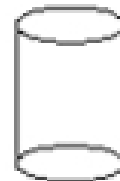
**Esfera**



**Cono**

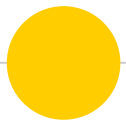


**Cilindro**



# Resumen

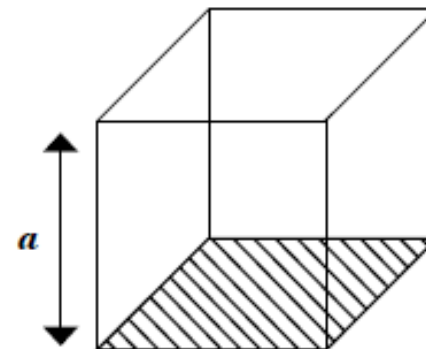
# Área y volumen



Cubo o Hexaedro



Sólido de 6 caras cuadradas y paralelas.

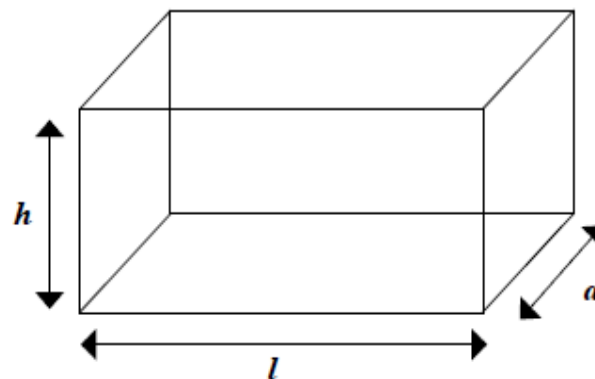


Volumen =  $a^3$   
Área =  $6a^2$   
Diagonal =  $a\sqrt{3}$   
Total de aristas: 12

Paralelepípedo



Sólido de 6 caras, las cuales pueden ser rectángulos y/o cuadrados.



Volumen = largo · ancho · alto =  $l \cdot a \cdot h$   
Área =  $2(l \cdot h + a \cdot h + l \cdot a)$   
Diagonal =  $\sqrt{a^2 + h^2 + l^2}$

# Ejemplo

Una piscina con forma de paralelepípedo tiene 4 m de ancho, 6 m de largo y 2 m de profundidad. ¿Cuántos metros cúbicos puede contener la mitad de la piscina?

- A) 6
- B) 24
- C) 44
- D) 48
- E) 88

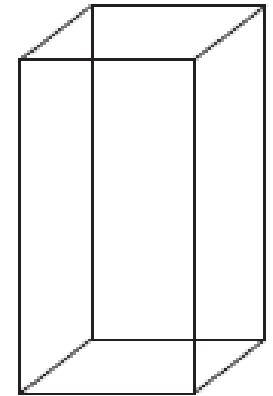
Si un cubo posee un volumen de  $64 \text{ cm}^3$ , entonces su área total es

- A)  $16 \text{ cm}^2$
- B)  $48 \text{ cm}^2$
- C)  $64 \text{ cm}^2$
- D)  $96 \text{ cm}^2$
- E)  $384 \text{ cm}^2$

# Ejercicio

El paralelepípedo de la figura adjunta tiene largo igual a la mitad de la medida de la altura y ancho igual a la mitad de la medida del largo. Si su altura es igual a 8, entonces el área del paralelepípedo, en unidades cuadradas, es

- A) 56
- B) 64
- C) 112
- D) 128
- E) 160

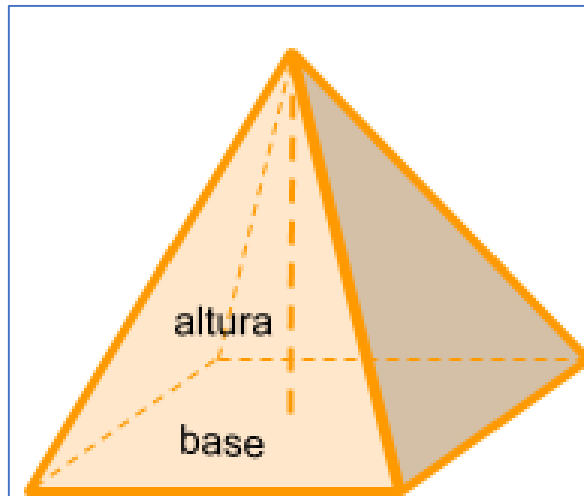


Una caja cerrada con forma de paralelepípedo tiene un volumen de  $150 \text{ cm}^3$  y su base es un rectángulo de 3 cm de ancho por 5 cm de largo. ¿Cuánto mide el área de esta caja?

- A)  $10 \text{ cm}^2$
- B)  $15 \text{ cm}^2$
- C)  $95 \text{ cm}^2$
- D)  $110 \text{ cm}^2$
- E)  $190 \text{ cm}^2$

# Área y volumen

Pirámide



$$\text{Volumen} = \frac{\text{Área}_{\text{base}} \times \text{Altura}}{3}$$

$$\text{Área Total} = \text{Área lateral} + \text{área basal}$$

# PARA MEMORIZAR

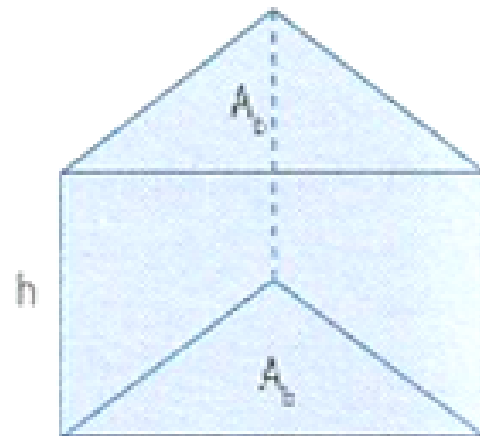
## ¿Qué características tiene un prisma?

Los prismas son cuerpos geométricos que tienen dos caras paralelas y congruentes llamadas bases y sus caras laterales son paralelogramos. Su área (A) y su volumen (V) se obtienen de:

$$A = 2 \cdot (\text{Área base}) + (\text{Suma Áreas laterales})$$

$$= 2 \cdot (\text{Área base}) + (\text{Perímetro Base} \cdot \text{altura})$$

$$V = \text{Área base} \cdot \text{Altura}$$



Observación: En el prisma anterior se tiene:

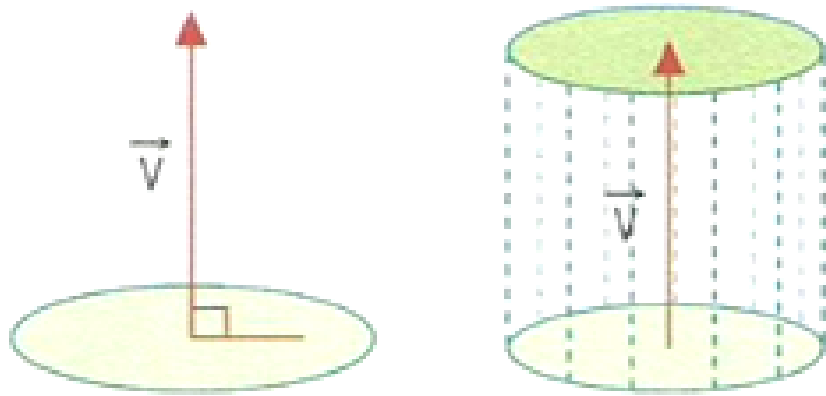
$A_b$ : área base (área triángulo)

$h$ : Altura

# Cilindro

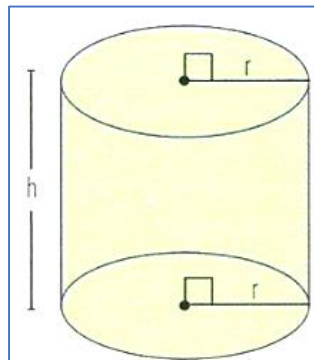
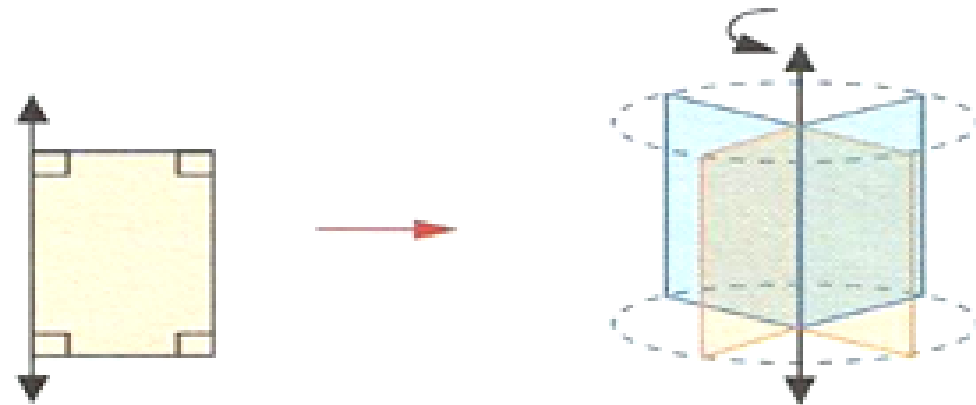
## Cilindro por traslación

Por traslación, el cilindro recto se obtiene cuando un círculo es trasladado en la dirección normal al plano donde se encuentra.



## Cilindro por rotación

Por rotación, el cilindro recto se obtiene cuando un rectángulo es rotado entorno a la recta que contiene uno de sus lados, o bien, entorno a un eje de simetría.



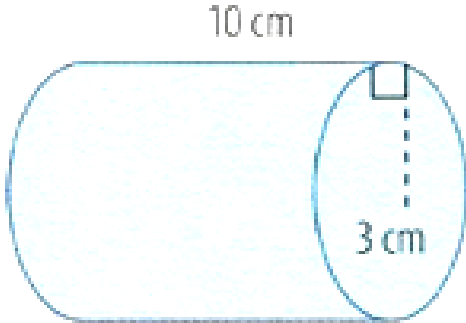

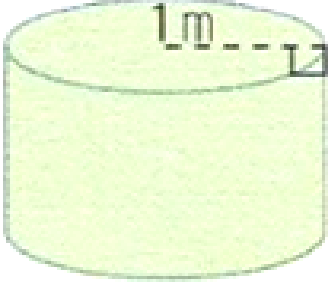
Si  $r$  es la longitud del radio y  $h$  la de la altura, entonces:

$$A = 2 \cdot \text{Área base} + \text{Área manto lateral} \\ = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$$

$$V = \text{Área Base} \cdot \text{altura}$$

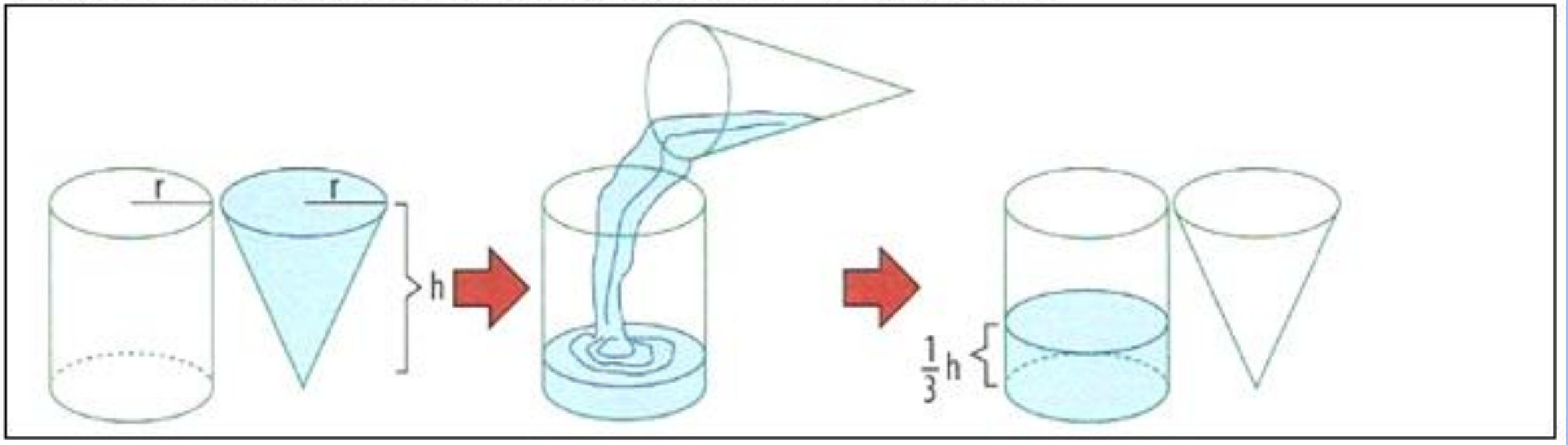
# Ejercicio

1. Calcula el área y el volumen de cada cilindro.

Figura	 <p>A light blue cylinder is shown horizontally. The length of the cylinder is labeled as 10 cm. The circular end face is shown in profile, with a dashed vertical line from the center to the bottom edge, labeled 3 cm. A small square symbol at the top of the dashed line indicates a right angle.</p>	 <p>A yellow cylinder is shown vertically. The radius of the top circular face is indicated by a dashed line from the center to the edge, labeled 8 cm. The height of the cylinder is labeled as 6 cm. A small square symbol at the top of the radius line indicates a right angle.</p>	 <p>A light green cylinder is shown vertically. The radius of the top circular face is indicated by a dashed line from the center to the edge, labeled 1 m. The height of the cylinder is labeled as 2,5 m. A small square symbol at the top of the radius line indicates a right angle.</p>
Área Lateral			
Área Total			
Volumen			

# Cono

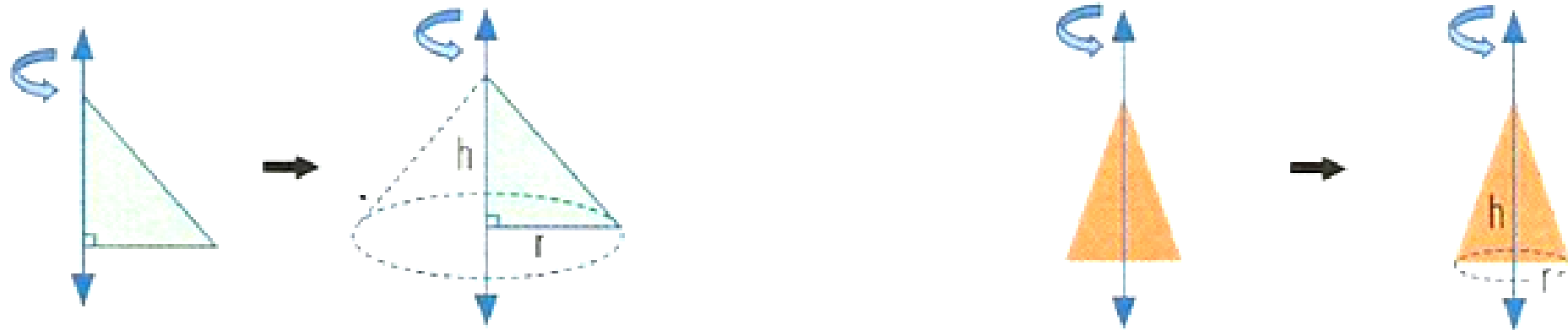
En la imagen siguiente se puede observar lo que sucede cuando se vierte un líquido desde un recipiente cónico a uno cilíndrico de igual radio " $r$ " y altura " $h$ ".



# Cono

## PARA MEMORIZAR

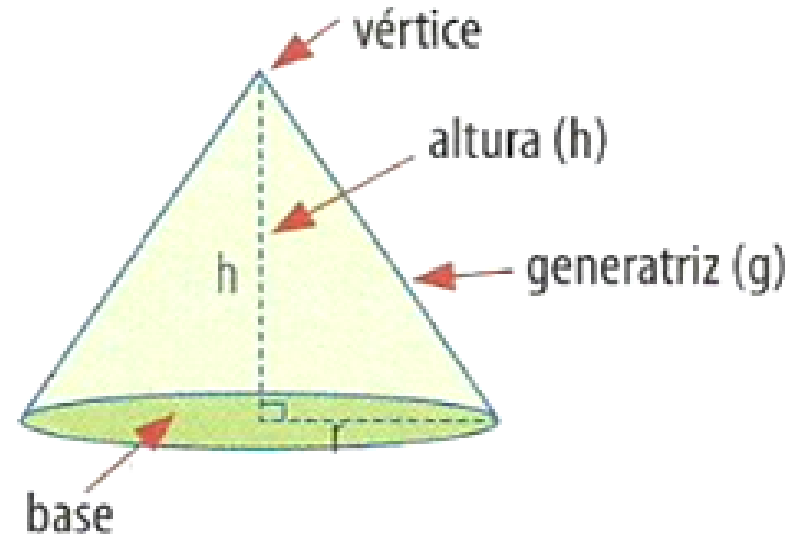
Es posible asociar la generación de un cono circular recto a la rotación de un triángulo rectángulo entorno a la recta que contiene a uno de sus catetos, o bien, a la rotación de un triángulo isósceles entorno a su eje de simetría.



Si el cono tiene radio " $r$ ", altura " $h$ ", y generatriz " $g$ ", su área ( $A$ ) y su volumen ( $V$ ) se obtienen:

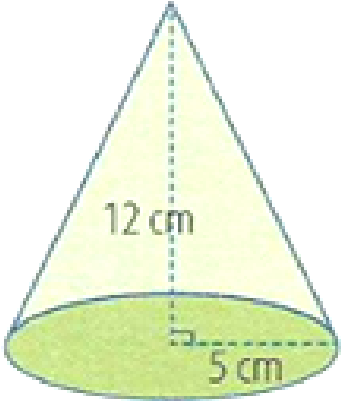
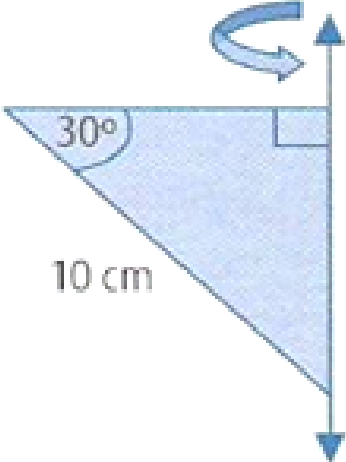
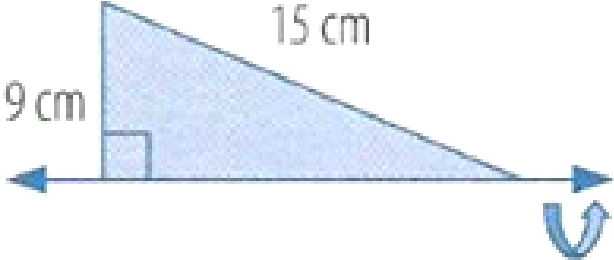
$$A = \text{Área Base} + \text{Área manto} \\ = r^2 \cdot \pi + g \cdot r \cdot \pi$$

$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$$



# Ejercicio

1. Calcula el área (A) y el volumen (V) de cada cono.

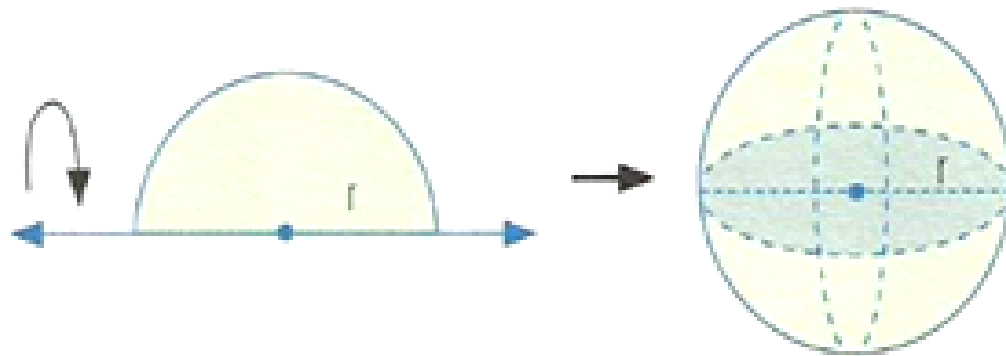
Figura			
Área manto lateral			
Área total			
Volumen			

# Esfera

## PARA MEMORIZAR

La rotación de un círculo o semicírculo de radio " $r$ " entorno a la recta que contiene un diámetro, es posible asociarla a una esfera con el mismo radio " $r$ ".

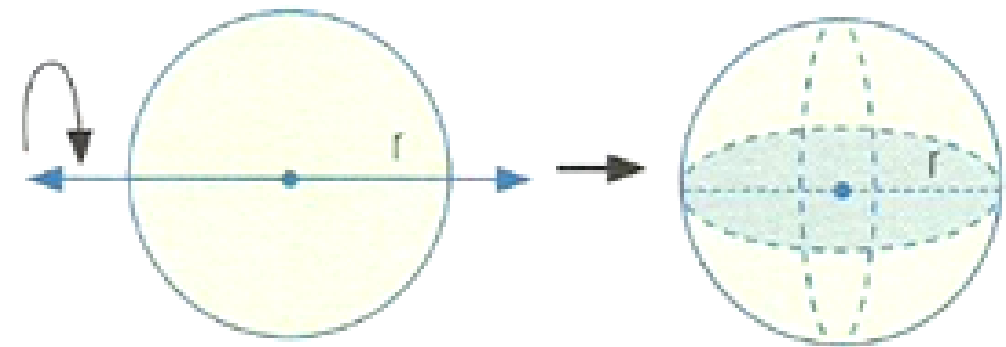
### Semicírculo



$$A = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

### Círculo

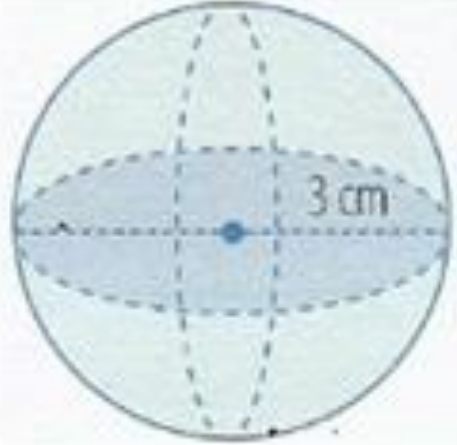
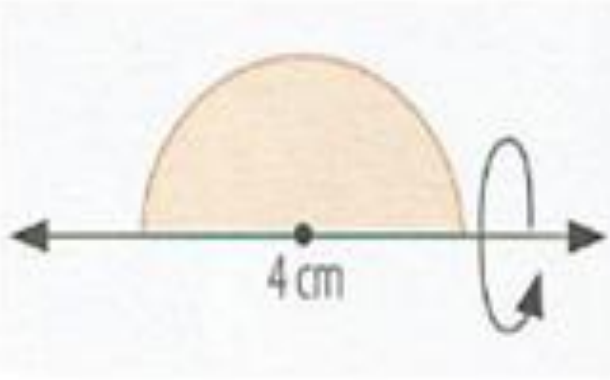



$$A = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

# Ejercicios

1. Calcula el área (A) y el volumen (V) de cada esfera.

Figura	 A diagram of a sphere with a light blue shaded surface. Dashed lines represent the hidden parts of the sphere's axes. A horizontal line from the center to the right edge is labeled "3 cm", indicating the radius.	 A diagram of a hemisphere with an orange shaded surface. A horizontal line from the center of the flat base to the right edge is labeled "4 cm", indicating the radius. A curved arrow on the right side indicates rotation.	 A diagram of a sphere with a light purple shaded surface. A vertical line with arrows at both ends passes through the center, labeled "9 mm", indicating the diameter. A curved arrow at the top indicates rotation.
Área			
Volumen			

# Ejercicios

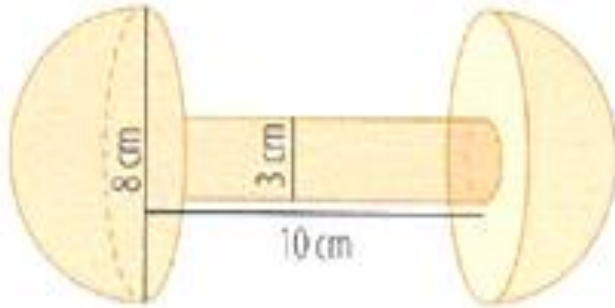
- 2 ) Calcular el volumen total de la figura.



# Ejercicios

3. Calcula el área (A) y el volumen (V) en cada caso., si cada figura está formada por cilindros, conos o semiesferas.

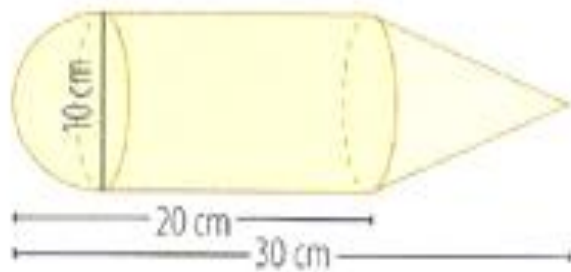
a.



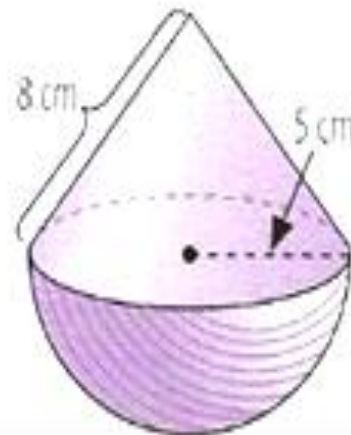
c.



b.



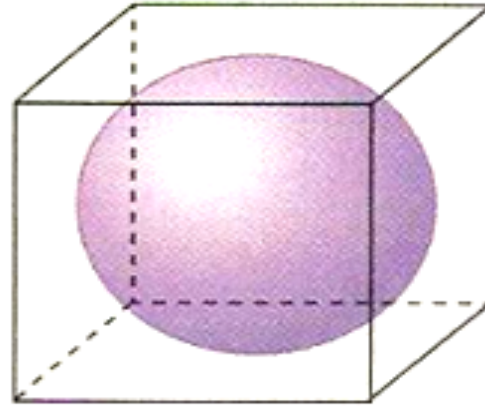
d.



# Ejercicios

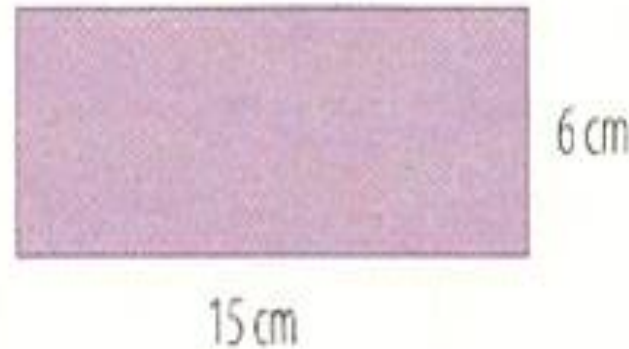
Dentro de una caja cúbica de  $216 \text{ cm}^3$  de volumen se guarda una pelota que es tangente (roza) a las caras del cubo, como muestra la figura, ¿Cuál es el volumen (V) de la pelota?

- A.  $3\pi \text{ cm}^3$
- B.  $6\pi \text{ cm}^3$
- C.  $27\pi \text{ cm}^3$
- D.  $36\pi \text{ cm}^3$
- E.  $288\pi \text{ cm}^3$



¿Cuál es el volumen del cilindro asociado a la rotación del siguiente rectángulo entorno a la recta que contiene al lado mayor?

- A.  $180 \pi \text{ cm}^3$
- B.  $252 \pi \text{ cm}^3$
- C.  $288 \pi \text{ cm}^3$
- D.  $540 \pi \text{ cm}^3$
- E.  $1350 \pi \text{ cm}^3$

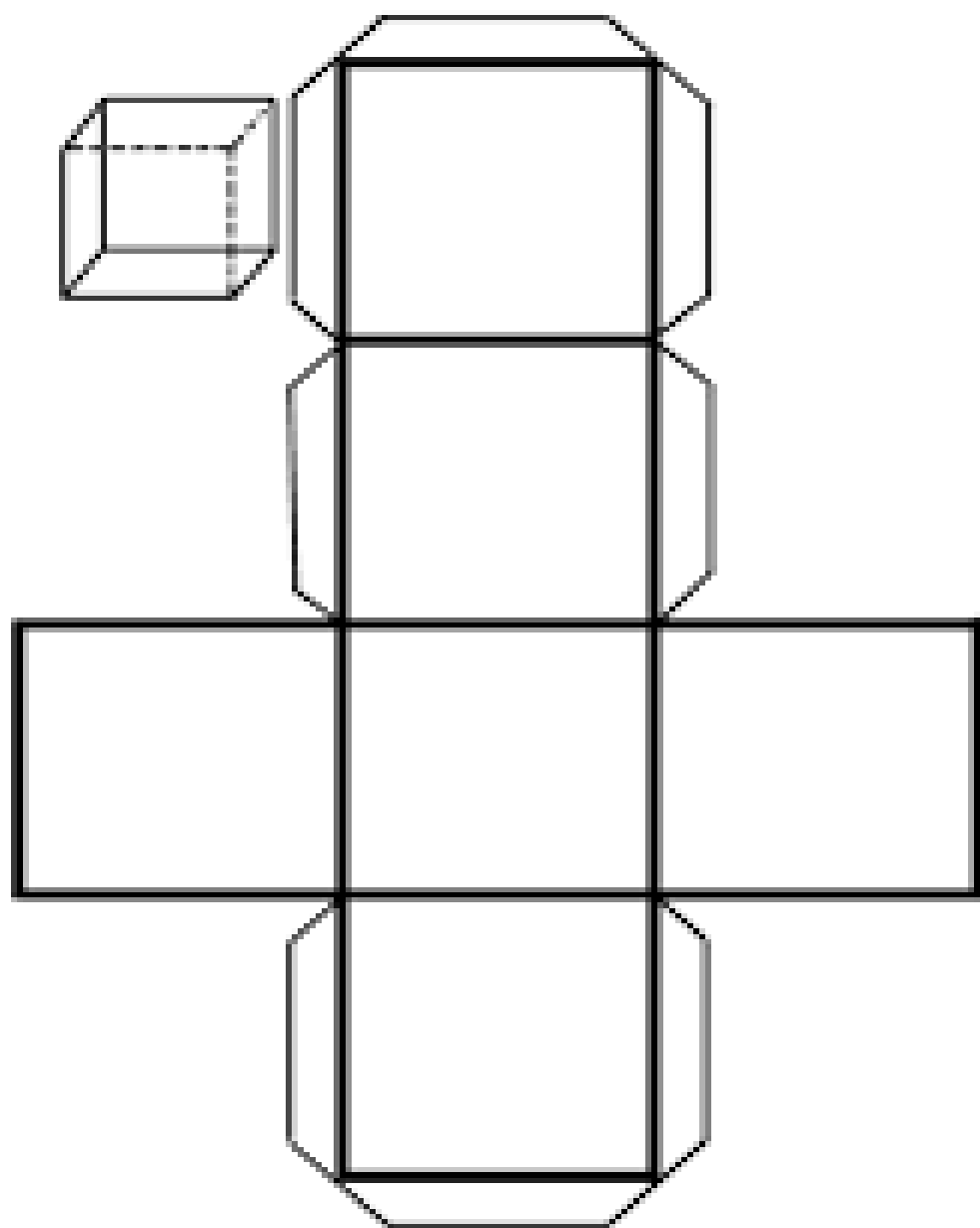




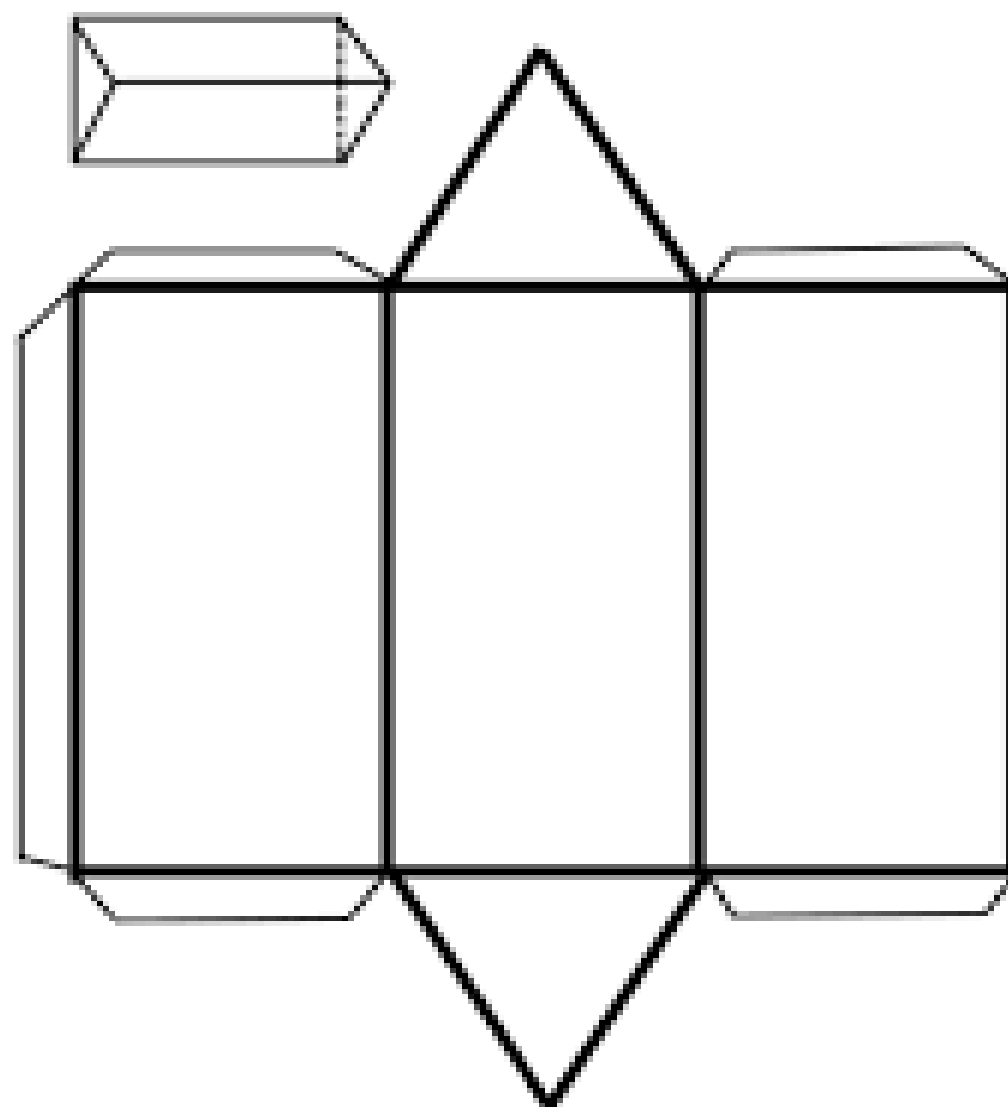
## Pregunta esencial N° 25

Elige 6 de las figuras de las plantillas, luego corta y pega , formando el cuerpo geométrico correspondiente.  
Graba un video máximo 1 minuto, en el cual tienes que indicar tu nombre y mostrar las figura creadas, en cada cara de las figuras tiene que estar escrito su nombre.

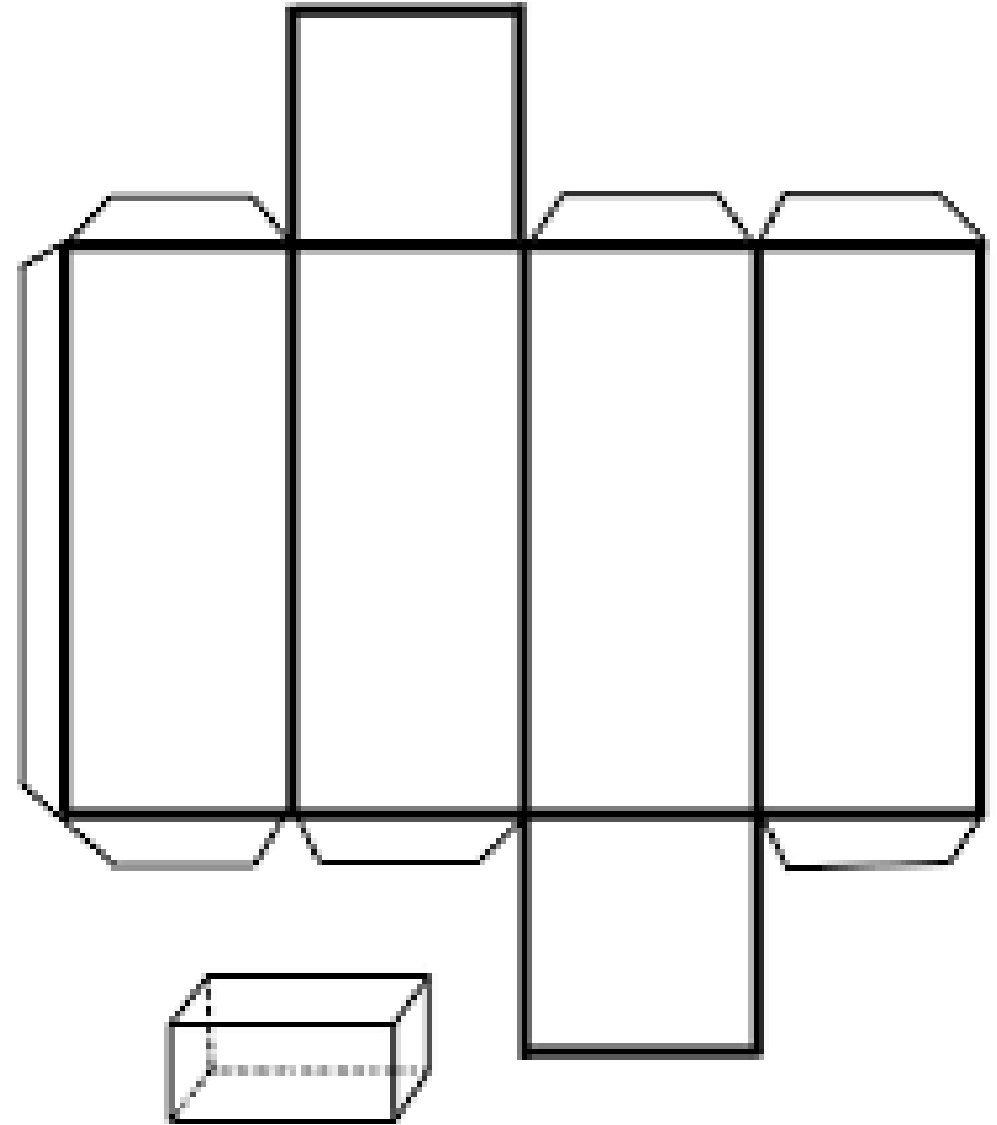
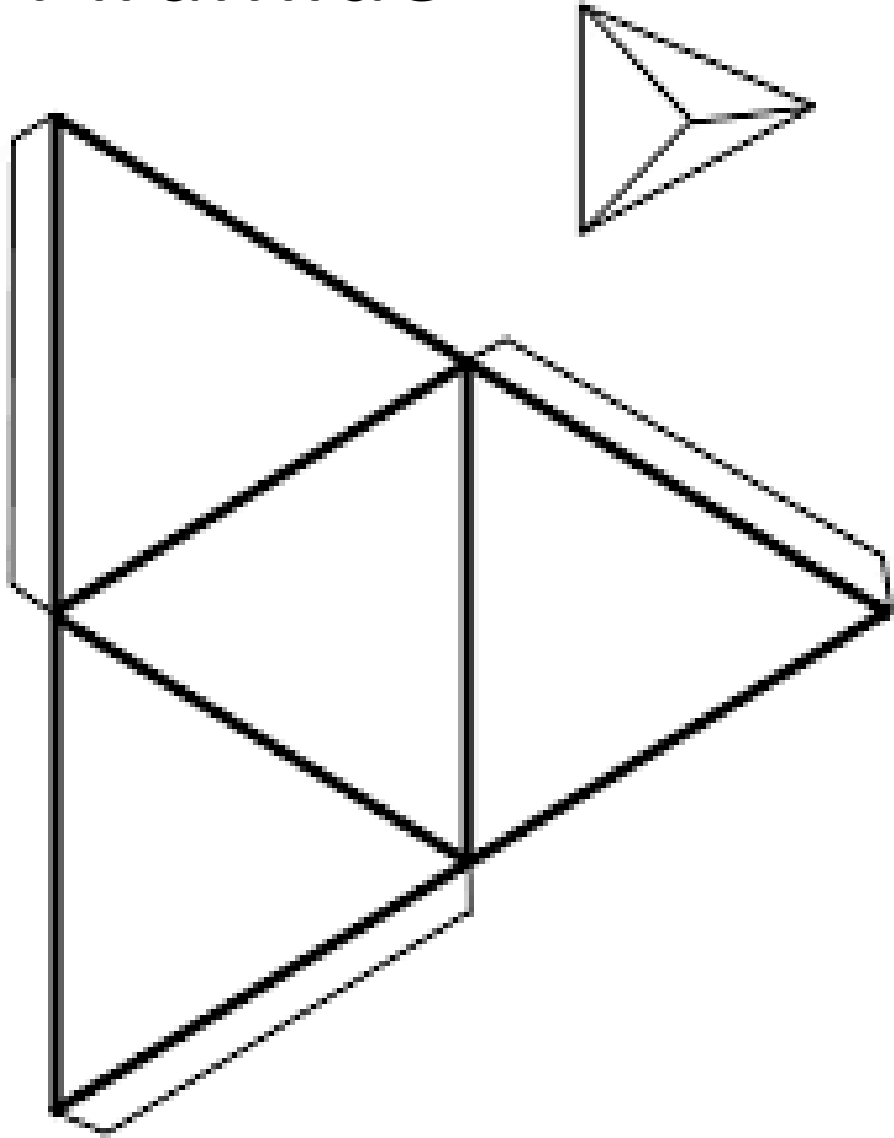
CUBO



PRISMA TRIANGULAR

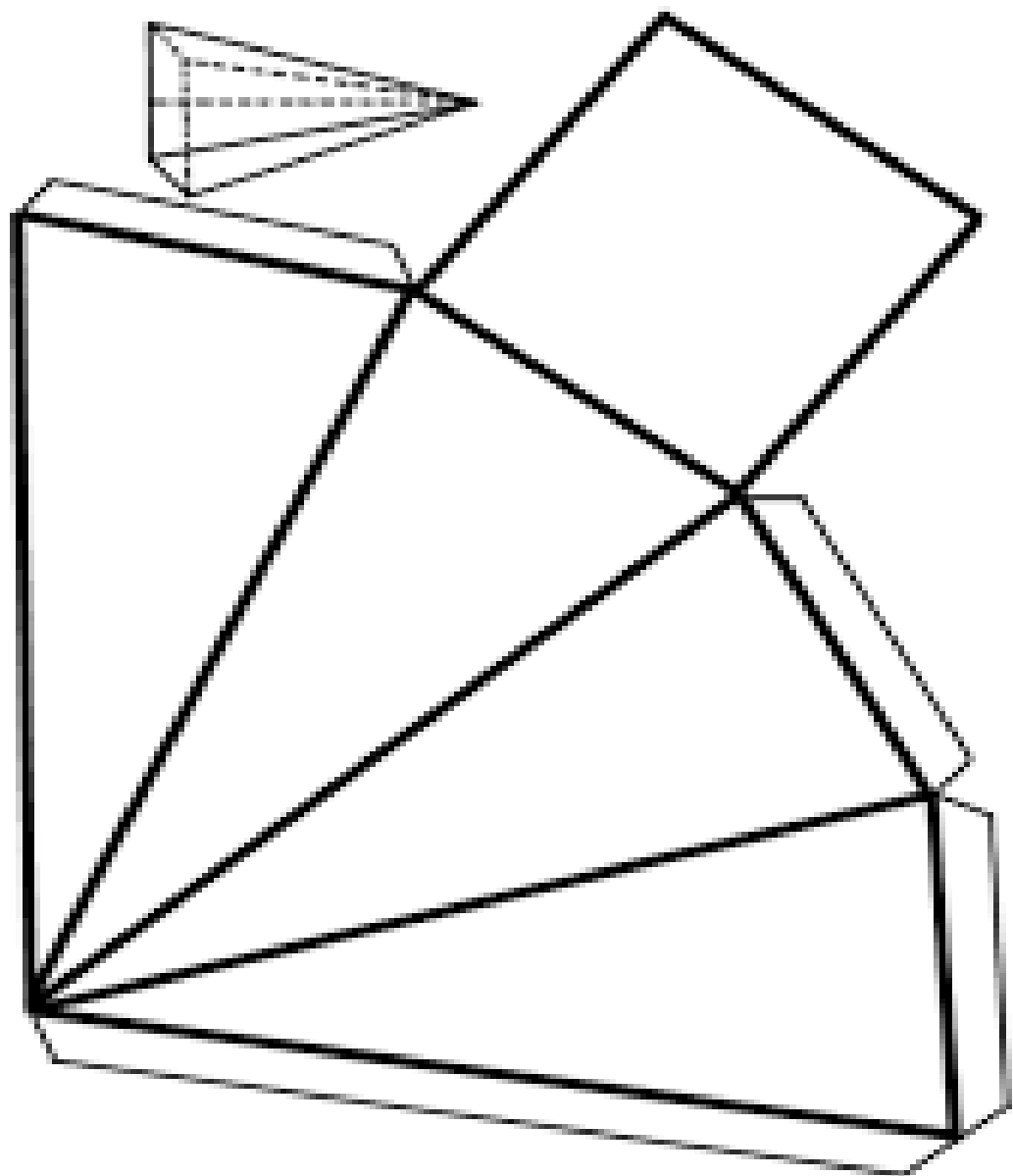


Pirámide

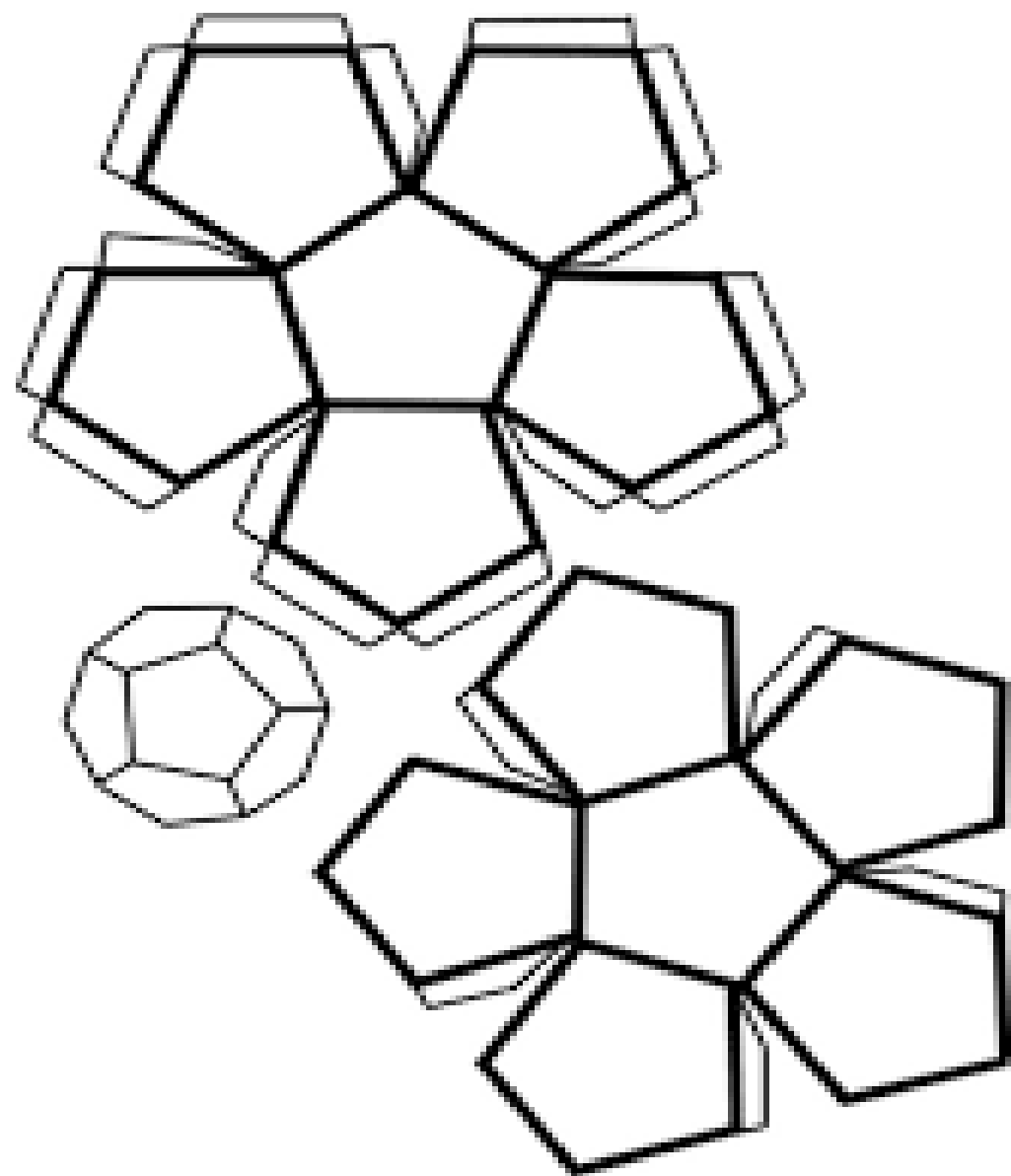


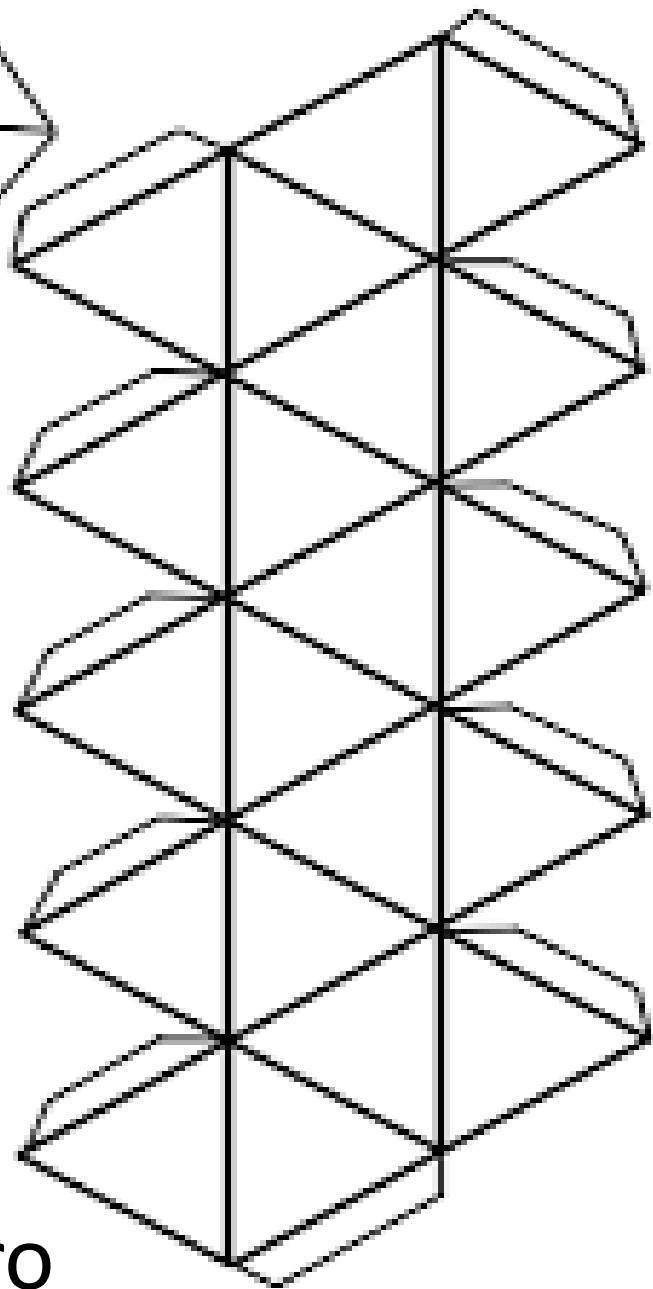
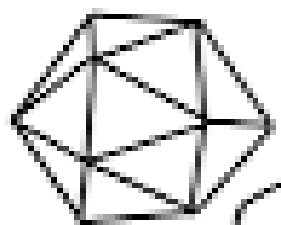
Paralelepípedo

PIRÂMIDE CUADRANGULAR



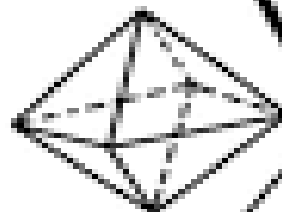
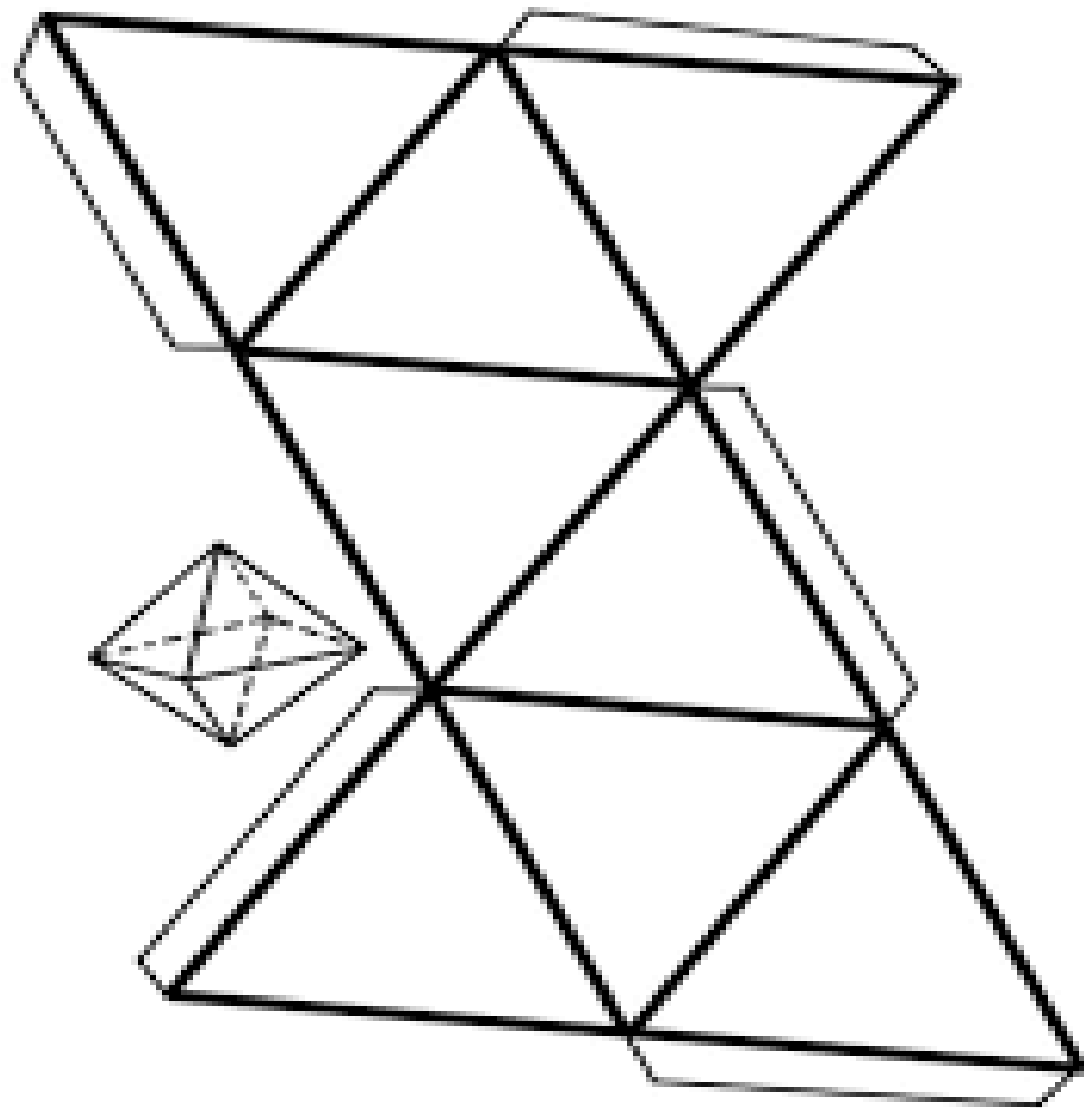
DODECAEDRO



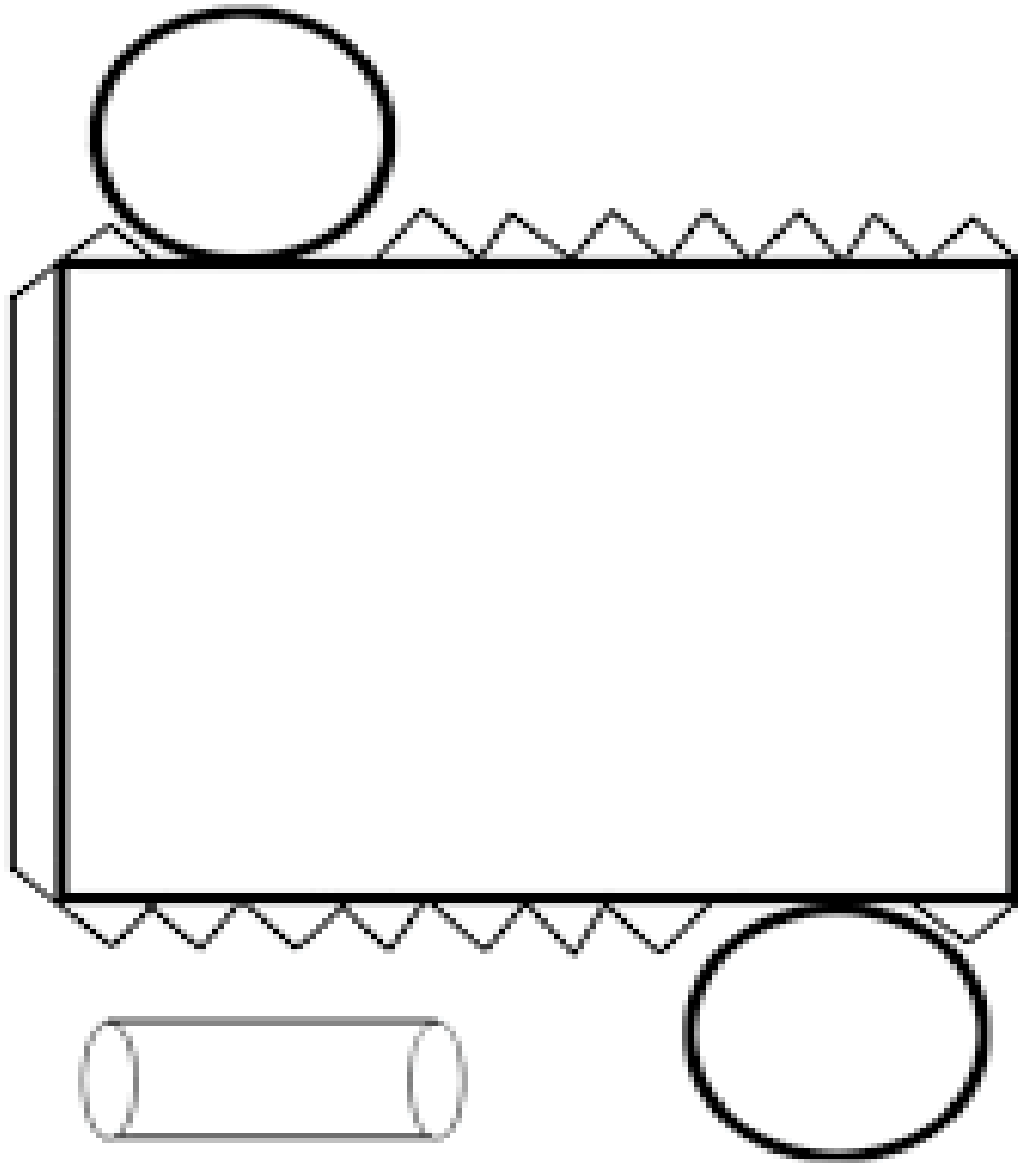


Icosaedro

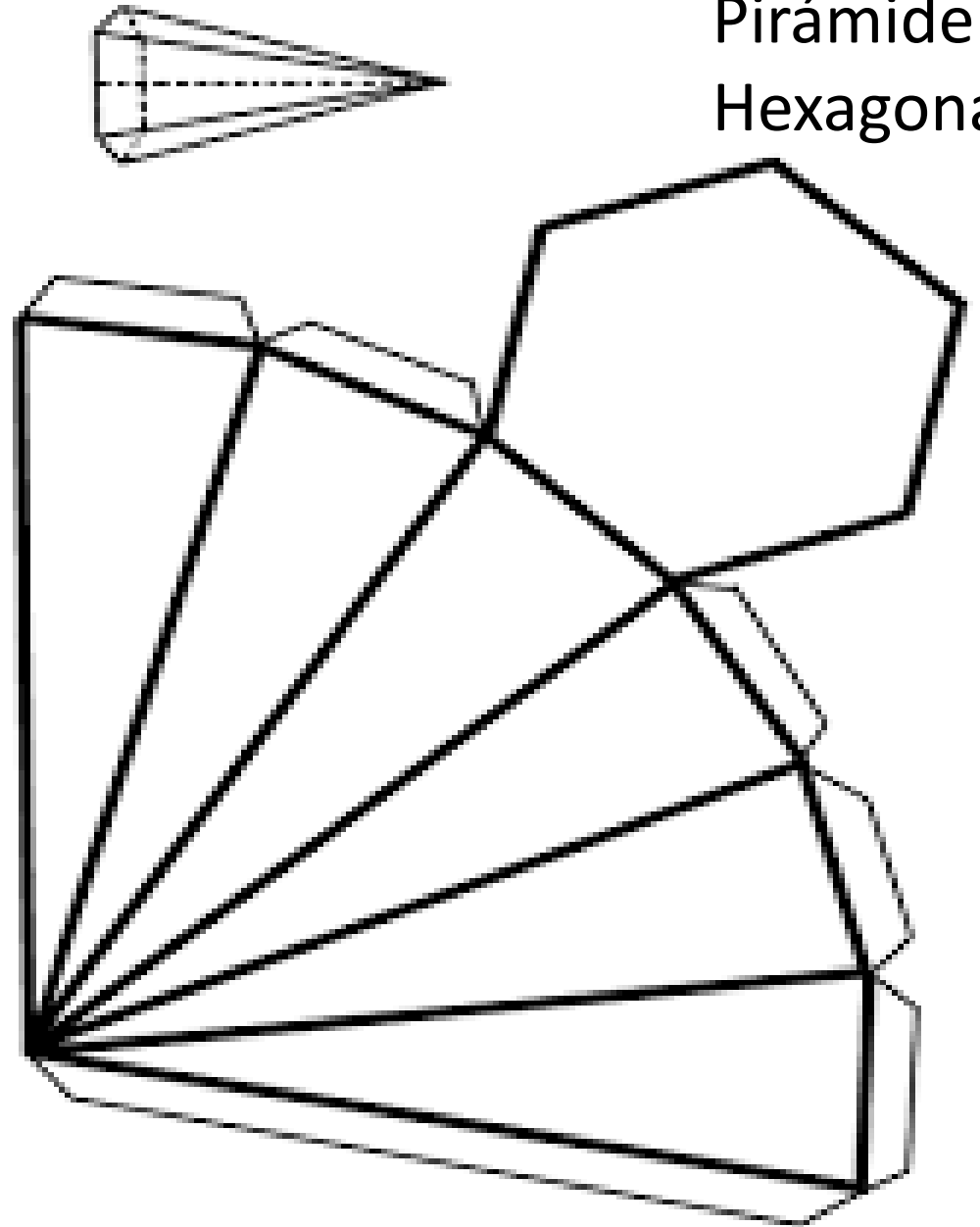
OCTAEDRO

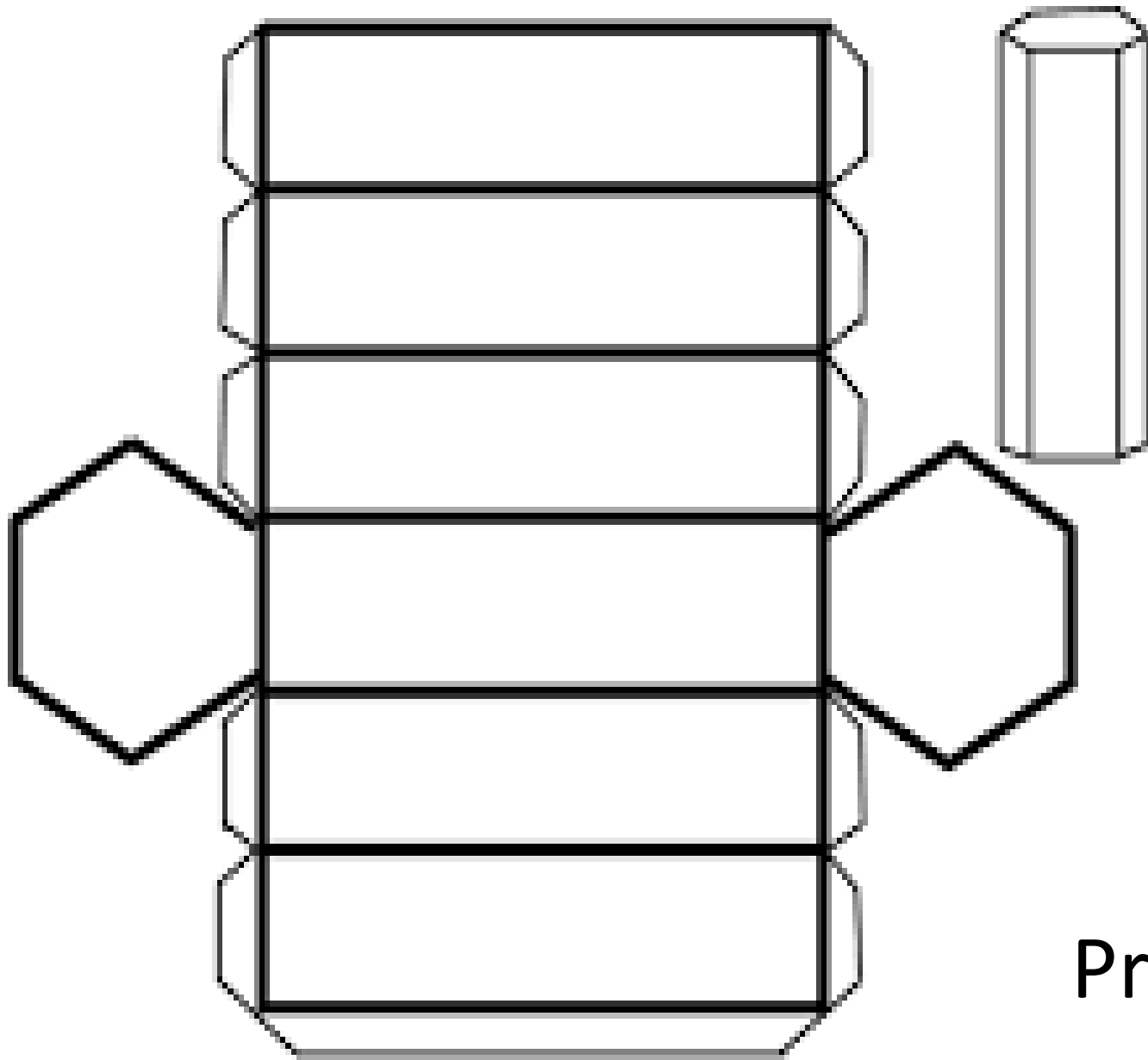


CILINDRO



Pirámide  
Hexagonal





Prisma hexagonal